$\Leftrightarrow z-\sqrt{3}=i$ ou $z-\sqrt{3}=-i$

$z=\sqrt{3}+i$ ou $z=\sqrt{3}-i$

On pose alors $z_1=\sqrt{3}-i$; $z_2=\sqrt{3}+i$

2°/ a) $z_1=\sqrt{3}-i$; $z_2=\sqrt{3}+i$

$$\omega=\frac{z_1}{z_0}=\frac{\sqrt{3}-i}{-2i}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}=\left[1,\frac{\pi}{3}\right]$$

b) OMM_1M_2 est un losange si et seulement si : $\begin{cases} O*M_1=M*M_2 \\ \text{et} \\ (OM_1)\perp(MM_2) \end{cases}$

Soit $I=O*M_1$ on a : $z_I=\dfrac{z_O+z_{M_1}}{2}=\dfrac{\omega z}{2}$

$J=M*M_2$ on a : $z_J=\dfrac{z_M+z_{M_2}}{2}=\dfrac{z+\omega^2 z}{2}=\dfrac{z(1+\omega^2)}{2}$

On a : $1+\omega^2=1+\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1+\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{4}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d'où $1+\omega^2=\omega$ et par suite : $z_I=z_J$

d'où $O*M_1=M*M_2$

$$(\overrightarrow{OM_1},\overrightarrow{MM_2})\equiv\arg\left(\frac{z_{M_2}-z_M}{z_{M_1}-z_0}\right)(\pi)$$

$$\equiv\arg\left(\frac{\omega^2 z-z}{\omega z}\right)(\pi)\equiv\arg\left(\frac{\omega^2-1}{\omega}\right)(2\pi)$$

or $\dfrac{\omega^2-1}{\omega}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-1}{\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{4}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1}{\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$